

#### 6.4. Sürekli Verilerde Ortalama Tahmin Edicilerinin Varyansları ve Bunların Tahmin Edicileri

Tabakalı rastgele örneklemede  $\bar{y}_{tb}$  ortalama tahmin edicisinin varyansı

$$V(\bar{y}_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 (\bar{y}_h)$$

Burada  $V(\bar{y}_{tb})$   $h$ -ıncı tabakadaki birim başına düşen varyans

$$V(\bar{y}_h) = (1 - f_h) \frac{S_h^2}{n_h}$$

$V(\bar{y}_h)$ ,  $V(\bar{y}_{tb})$ 'de yerine yazılırsa

$$V(\bar{y}_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 (1 - f_h) \frac{S_h^2}{n_h}$$

$W_h = \frac{N_h}{N}$  ve  $f_h = \frac{n_h}{N_h}$  yerilerine yazılırsa

$$V(\bar{y}_{tb}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h}$$

Eğer  $f_h < 0,05$  ise  $V(\bar{y}_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{S_h^2}{n_h}$  olur.

TRÖ'de Kitle Toplamının Varyansı

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}_{tb}) &= N^2 V(\bar{y}_{tb}), \\ &= \sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h} \end{aligned}$$

Trö'de  $\bar{y}_{tb}$  ve  $\hat{Y}_{tb}$  Tahmin Edicilerinin Varyanslarının Tahmini

$$\begin{aligned} \hat{V}(\bar{y}_{tb}) &= \sum_{h=1}^L N_h^2 (1 - f_h) \frac{S_h^2}{n_h} \\ &= \sum_{h=1}^L N_h^2 \frac{(N_h - n_h) S_h^2}{N_h n_h} \\ &= \sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h} \end{aligned}$$

Standart hata:

$$sh(\bar{y}_{tb}) = \sqrt{\hat{V}(\bar{y}_{tb})}$$

$$sh(\hat{Y}_{tb}) = \sqrt{\hat{V}(\hat{Y}_{tb})}$$

$\bar{y}_{tb}$  ve  $\hat{Y}_{tb}$  için güven sınırları sırasıyla

$$\bar{y}_{tb} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} sh(\bar{y}_{tb})$$

$$N\bar{y}_{tb} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} sh(\hat{Y}_{tb}) = \hat{Y}_{tb} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} sh(\hat{Y}_{tb})$$

Buradaki  $t_{\frac{\alpha}{2}}$  değeri student t tablosundan elde edilen değerdir.

**ÖRN:** Bir çiftçi 10 dönümlük arazisine 3 çeşit domates fidesi dikiyor. Domates hasadı yapmadan önce de toplam ürün miktarını tahmin etmek istiyor. Bu bağlamda rastgele aldığı 90 domates kökünden elde ettiği veriler aşağıda veriliyor. Buna göre istenene tahmini hem nokta hem de aralık tahminine göre bulunuz.

Domates	$\bar{y}_h$	$N_h$	$n_h$	$S_h^2$	$W_h$
1. Çeşit	21,8	7000	50	10,6	0,389
2. Çeşit	22,5	6500	25	14,3	0,361
3. Çeşit	17,7	4500	15	18,1	0,250

**ÇÖZÜM:**

$$\bar{y}_{tb} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h$$

$$= \frac{7000}{18000} \cdot 21,8 + \frac{6500}{18000} \cdot 22,5 + \frac{4500}{18000} \cdot 17,7 = 21,0277$$

$$\hat{Y}_{tb} = N\bar{y}_{tb}$$

$$\hat{Y}_{tb} = 18000 \times 21,0277$$

$$= 378498,6 \text{ kg}$$

$$\hat{V}(\bar{y}_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 (1 - f_h) \frac{S_h^2}{n_h}$$

Burada  $f_h < 0,05$  olduğundan

$$\hat{V}(\bar{y}_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{S_h^2}{n_h}$$

$$= 0,389^2 \frac{10,6}{50} + 0,361^2 \frac{14,3}{25} + 0,15^2 \frac{18,1}{15} = 0,15024579$$

$$sh(\bar{y}_{tb}) = 0,388$$

$$sh(\hat{Y}_{tb}) = 6977,08$$

$$P\left(\hat{Y}_{tb} - t_{\alpha} sh(\hat{Y}_{tb}) \leq Y \leq \hat{Y}_{tb} + t_{\alpha} sh(\hat{Y}_{tb})\right) = 1 - \alpha$$

$$P(364544,44 \leq Y \leq 392452,76) = 0,95$$

%95 güvenle domates rekoltesinin bulunduğu sınırlar 364544,4kg ile 392452,76kg arasında değişmektedir.

## 6.5. Belli Özelliğe Sahip Birimler Oranı Tahmin Edicilerinin Varyansları ve Bunların Tahmin Edicileri

TRÖ'de  $h$ - $h$ -ıncı tabakada  $i$ -nci birimin değeri;

$$y_{hi} = \begin{cases} 1, & \text{istenen özellik var ise} \\ 0, & \text{istenen özellik yok ise} \end{cases}$$

olur.

Kitlenin  $h$ -ıncı tabakasında istenen özelliğe sahip birimlerin sayısı  $A_h = \sum_{i=1}^{N_h} y_{hi}$ , oranı ise  $P_h = \frac{A_h}{N_h}$ , dir. Örneklem  $h$ -ıncı tabakasında istenen özelliğe sahip birimlerin sayısı  $a_h = \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$  oranı ise  $p_h = \frac{a_h}{n_h}$ , dir. TRÖ'de istenen özelliğe sahip birimler oranı

$$p_{tb} = \sum_{h=1}^L W_h p_h$$

toplamı da

$$\hat{A}_{tb} = Np_{tb} = \sum_{h=1}^L \frac{N_h}{n_h} a_h$$

biçimindedir.

$p_{tb}$ 'nin varyansı:

$$\begin{aligned} V(p_{tb}) &= \sum_{h=1}^L W_h^2 (1 - f_h) \frac{N_h}{N_h - 1} \frac{P_h Q_h}{n_h} \\ &= \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h - 1} \frac{P_h Q_h}{n_h} \end{aligned}$$

$N_h - 1 \cong N_h$  alınırsa

$$V(p_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 (1 - f_h) \frac{P_h Q_h}{n_h}$$

ve  $f_h < 0,05$  için  $f_h \cong 0$  alınır. Yani

$$V(p_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{P_h Q_h}{n_h}$$

$V(p_{tb})$ 'nin tahmin edicisi

$$\hat{V}(p_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 (1 - f_h) \frac{p_h q_h}{n_h - 1}$$

$f_h < 0,05$  için

$$\hat{V}(p_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{p_h q_h}{n_h - 1}$$

olur.

$$sh(p_{tb}) = \sqrt{\hat{V}(p_{tb})}$$

$$\hat{A}_{tb} = N\bar{y}_{tb}$$

$$V(\hat{A}_{tb}) = N^2 V(\bar{y}_{tb})$$

$$V(\hat{A}_{tb}) = \sum_{h=1}^L N_h^2 \frac{(N_h - n_h) P_h Q_h}{N_h - 1} \frac{1}{n_h}$$

$N_h - 1 \cong N_h$  alınırsa

$$V(\hat{A}_{tb}) = \sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{P_h Q_h}{n_h}$$

$$V(\hat{A}_{tb}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 (1 - f_h) \frac{p_h q_h}{n_h - 1}$$

Bununla birlikte  $f_h < 0,05$  ise

$$\hat{V}(\hat{A}_{tb}) = \sum_{h=1}^L N_h^2 \frac{p_h q_h}{n_h - 1}$$

olur.

$P_{tb}$  için güven sınırları:

$$p_{tb} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} sh(p_{tb}) + \frac{1}{2n}$$

$\hat{A}_{tb}$  için güven sınırları:

$$\hat{A}_{tb} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} sh(\hat{A}_{tb}) + \frac{1}{2n}$$